

nymi, albo liczbami zespolonymi z ujemnymi częściami rzeczywistymi. Wybór parametrów, które zostaną wyzerowane, nie budzi takiej wątpliwości jak kolejność ich zerowania. Kolejne próby udowodnienia stabilności stanu stacjonarnego pokazały, że niepoprawna kolejność zerowania parametrów prowadzi do komplikacji przy określaniu znaków badanych wartości własnych macierzy Jacobiego. Wykorzystana metoda kaskady macierzy stabilnych nie daje żadnej wskazówki, jak sobie poradzić z tym kluczowym pytaniem. Właściwy sposób postępowania został znaleziony w wyniku pracochłonnego procesu przez podjęcie licznych prób, które ostatecznie doprowadziły do sukcesu.

Udowodnienie istnienia stanu stacjonarnego oraz wykazanie, że przy pewnych założeniach stan ten jest lokalnie asymptotycznie stabilny, nie daje odpowiedzi na wiele ważnych z ekonomicznego punktu widzenia pytań dotyczących rozwoju gospodarki opisaną omawianymi modelami KMG i KMGT. Jednym z nich jest pytanie, ile czasu potrzebuje gospodarka na to, aby – startując ze stanu początkowego – znalazła się na ścieżce równomiernego wzrostu. Inne równie ważne pytanie dotyczy tego, jak bardzo oddalony od stanu stacjonarnego może być stan początkowy gospodarki, aby zmierzała ona do stanu stacjonarnego. Na te oraz wiele innych pytań tego rodzaju można uzyskać odpowiedzi tylko w wyniku symulacji komputerowych. Przeprowadzenie takich symulacji było czwartym i ostatnim celem monografii.

Symulacje przeprowadzono dla danych o polskiej gospodarce z wykorzystaniem obu modeli analizowanych w monografii. Przed przystąpieniem do symulacji modele te zmodyfikowano w taki sposób, aby można było uwzględnić w nich jak najwięcej informacji o polskiej gospodarce, zachowując zarazem ich matematyczną strukturę. W dalszej kolejności, na podstawie tych samych danych, skalibrowano parametry modeli oraz wyznaczone zostały ich stany stacjonarne.

Przeprowadzone liczne symulacje komputerowe potwierdziły prawdziwość udowodnionych w monografii twierdzeń o lokalnej asymptotycznej stabilności stanu stacjonarnego modeli KMG i KMGT. Wyniki symulacji okazały się podobne do wyników uzyskanych przez innych autorów i pokazały, że dochodzenie gospodarki do stanu stacjonarnego jest powolne, oscylacyjne i wymaga bardzo długiego horyzontu czasowego. W wynikach symulacji stan stacjonarny jawi się raczej jako stan, który, mimo że nieosiągalny w realistycznym horyzoncie czasowym, pełni funkcję „busoli” gospodarki wyznaczającej kierunek zachodzących w niej zmian strukturalnych spowodowanych procesami rynkowymi. Na tym przede wszystkim polega praktyczne znaczenie stabilności modeli KMG.

Oprócz empirycznych analiz stabilności, przeprowadzając symulacje komputerowe, analizie poddano również wpływ polityki fiskalnej i pieniężnej na gospodarkę w krótszych horyzontach czasowych. Porównano wyniki symulacji uzyskane na podstawie modelu KMG i modelu KMGT. Dodatkowo przeprowadzono symulację działań osłonowych ze strony polityki pieniężnej chroniących przed skutkami perturbacji gospodarczych związanych z pandemią wirusa SARS-CoV-2. Analizo-

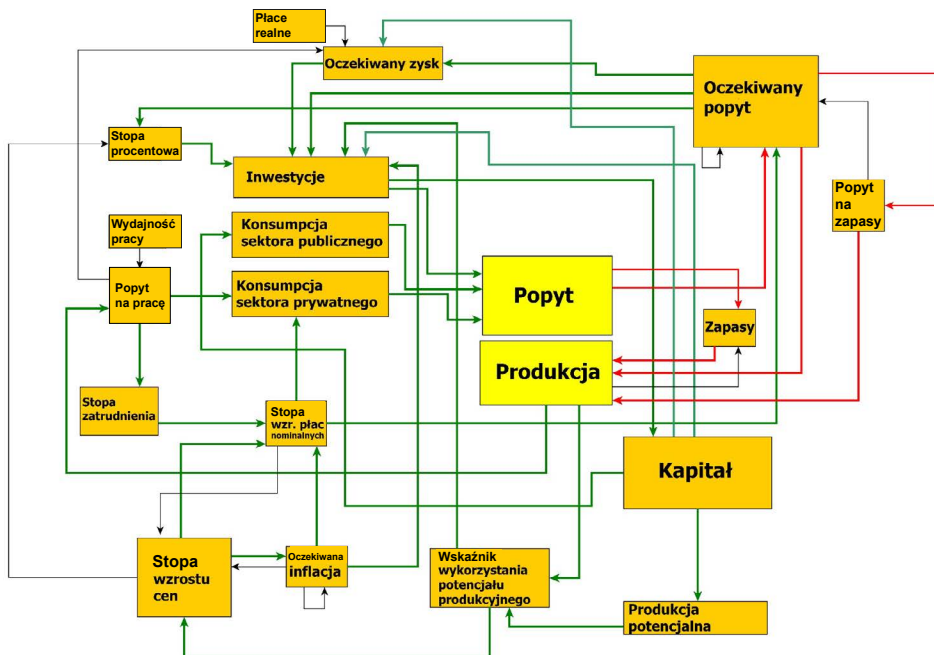
wykorzystania mocy produkcyjnej u , który z kolei pozytywnie wpływa na rzeczywistą stopę inflacji $\hat{p}$. Z kolei wzrost rzeczywistej stopy inflacji $\hat{p}$ oznacza wzrost cen, a w konsekwencji obniżenie się poziomu płacy realnej ω , co kończy pętlę (rysunek 1.9).

$$\omega \uparrow \longrightarrow Y^e \uparrow \longrightarrow I, C \uparrow \longrightarrow Y^d \uparrow \xrightarrow{\beta_{y^e}} Y \uparrow \longrightarrow u \uparrow \xrightarrow{\beta_p} \hat{p} \uparrow \longrightarrow \omega \downarrow$$

Rysunek 1.9. Efekt wzrostu płacy realnej

Efekt wzrostu płacy realnej jest efektem stabilizującym wartość płacy realnej ω i może wpływać pozytywnie na stabilność całej gospodarki. Siła efektu wzrostu płacy realnej zależy od dwóch parametrów reakcji: β_{y^e} oraz β_p .

Przedstawiony powyżej opis istniejących sprzężeń zwrotnych pokazuje, jak bardzo powiązane są ze sobą zmienne modelu. Kompleksową sieć powiązań między zmiennymi ilustruje rysunek 1.10. Sprzężenie stabilizujące jednocześnie może wpływać na siłę któregoś ze sprzężeń destabilizujących, co w konsekwencji może, ale nie musi, destabilizować cały model. Na przykład, stabilizujący efekt Keynesa (wzrost cen wpływa na spadek cen) może prowadzić do powstania destabilizują-



Rysunek 1.10. Schemat powiązań między zmiennymi w autorskiej wersji modelu KMG

cego lub stabilizującego efektu Rose’a przy odpowiednich wartościach parametrów modelu (spadek cen wpływa na wzrost płac realnych, co może dalej wpłynąć na wzrost/spadek płac realnych).

1.2. Postać intensywna modelu KMG z egzogeniczną podażą pieniądza

W tym podrozdziale zajmiemy się odpowiedzią na pytanie, czy w gospodarce opisaną przedstawionym powyżej modelem możliwy jest równomierny wzrost wszystkich zmiennych ilościowych takich jak kapitał trwały, produkcja, konsumpcja, inwestycje itd. Ponieważ w procesie równomiernego wzrostu proporcje między zmiennymi modelu pozostają stałe, aby odpowiedzieć na postawione pytanie, musimy najpierw sprowadzić oryginalny model do modelu w postaci intensywnej, którego zmienne przedstawiają proporcje między zmiennymi modelu wyjściowego.

W tym celu zdefiniujemy następujące zmienne modelu KMG w postaci intensywnej:

- płace realne ωL^d na jednostkę produkcji: $U = \frac{\omega L^d}{Y}$,
- pracochłonność pełnego zatrudnienia (stosunek efektywnej pracy xL do kapitału): $l = \frac{xL}{K}$,
- realna podaż pieniądza $\frac{M}{p}$ na jednostkę kapitału: $m = \frac{M}{pK}$,
- oczekiwany popyt Y^e na jednostkę kapitału: $y^e = \frac{Y^e}{K}$,
- wielkość zapasów N na jednostkę kapitału: $v = \frac{N}{K}$,
- stosunek realnej podaży obligacji $\frac{B}{p}$ do wielkości kapitału trwałego: $b = \frac{B}{pK}$,
- oczekiwana stopa inflacji: π^e ,
- całkowity popyt na jednostkę kapitału trwałego: $y^d = \frac{Y^d}{K}$,
- produkcja na jednostkę kapitału trwałego: $y = \frac{Y}{K}$.

1.2.1. Sprowadzenie modelu do postaci intensywnej

Żeby wyprowadzić model KMG w postaci intensywnej, zaczniemy od realnego dochodu z pracy ωL^d na jednostkę produkcji: $U = \omega L^d/Y$. Stosunek Y/L^d to wydajność pracy oznaczana przez x . Stąd $U = \omega/x$, co oznacza, że tempo wzrostu U jest równe:

$$\hat{U} = \hat{\omega} - \hat{x}. \quad (1.2.1)$$

Z definicji płace realne są równe ilorazowi płac nominalnych i poziomu cen ($\omega = w/p$), więc stopa wzrostu płac realnych jest równa różnicy stóp wzrostu płac nominalnych i cen ($\hat{\omega} = \hat{w} - \hat{p}$). Równanie (1.2.1) możemy zatem zapisać jako:

$$\hat{U} = \hat{w} - \hat{p} - \hat{x}. \quad (1.2.2)$$

Równania opisujące stopę wzrostu płac nominalnych oraz stopę inflacji to odpowiednio równania (1.1.4) i (1.1.5):

$$\hat{w} = \beta_w (V - V^o) + \kappa_w \hat{p} + (1 - \kappa_w) \pi^e + n,$$

$$\hat{p} = \beta_p (u - u^o) + \kappa_p (\hat{w} - n) + (1 - \kappa_p) \pi^e.$$

Rozwiązując powyższy układ równań dla $\hat{w}$ oraz $\hat{p}$, otrzymujemy:

$$\hat{w} = \kappa \left(\beta_w (V - V^o) + \kappa_w \beta_p (u - u^o) \right) + \pi^e + n, \quad (1.2.3)$$

$$\hat{p} = \kappa \left(\kappa_p \beta_w (V - V^o) + \beta_p (u - u^o) \right) + \pi^e, \quad (1.2.4)$$

gdzie $\kappa = \frac{1}{1 - \kappa_w \kappa_p}$, $\kappa_w \kappa_p \neq 1$.

Po podstawieniu do wzoru (1.2.2) stopy wzrostu: płac nominalnych $\hat{w}$ – wzór (1.2.3), cen $\hat{p}$ – wzór (1.2.6) i wydajności pracy $\hat{x} = n$ po przekształceniach otrzymujemy pierwsze równie modelu intensywnego:

$$\hat{U} = \kappa \left(\beta_w (1 - \kappa_p) (V - V^o) - \beta_p (1 - \kappa_w) (u - u^o) \right),$$

gdzie $\kappa = \frac{1}{1 - \kappa_w \kappa_p}$, $\kappa_w \kappa_p \neq 1$.

Drugim równaniem modelu intensywnego jest równanie opisujące stopę wzrostu pracochłonności pełnego zatrudnienia. Ze wzoru na efektywną podaż pracy na jednostkę kapitału $l = xL/K$ wynika, że:

$$\hat{l} = \hat{x} + \hat{L} - \hat{K}. \quad (1.2.5)$$

Dzieląc obustronnie równanie (1.1.8) przez kapitał rzeczowy K , dostajemy równanie opisujące stopę wzrostu kapitału rzeczowego:

$$\hat{K} = i_1 \left(\rho^e - \xi - (r - \pi^e) \right) + i_2 (u - u^o) + \hat{Y}^e, \quad (1.2.6)$$

gdzie: $\hat{Y}^e = \hat{\omega} + \beta_{y^e} \frac{Y^d - Y^e}{Y^e}$, $\rho^e = y^e - U y - \delta$, $r = \frac{h y^e}{m}$, $u = \frac{y}{y^p}$.

Z założenia, że podaż pracy L jest stała w czasie, mamy $\hat{L} = 0$. Wiemy także, że stopa wzrostu wydajności pracy jest stała: $\hat{x} = n$. Zatem, korzystając z równań (1.2.5) i (1.2.6), otrzymujemy drugie równanie modelu intensywnego:

$$\hat{l} = n - \left(\hat{U} + n + \beta_{y^e} \left(\frac{y^d}{y^e} - 1 \right) \right) - i_1 (y^e - Uy - \delta - \xi - (r - \pi^e)) - i_2 (u - u^o).$$

Trzecie równanie opisuje stopę wzrostu realnej podaży pieniądza na jednostkę kapitału rzeczowego: $m = M/pK$. Stopa ta spełnia równanie:

$$\hat{m} = \hat{M} - \hat{p} - \hat{K}.$$

Po podstawieniu do tego wzoru równań: $\hat{M} = \mu$, $\hat{K} = n - \hat{l}$ oraz (1.2.4) otrzymujemy trzecie równanie modelu intensywnego:

$$\hat{m} = \mu - \pi^e - n - \kappa \left(\kappa_p \beta_w (V - V^o) + \beta_p (u - u^o) \right) + \hat{l}.$$

Czwarte równanie modelu przedstawia zmianę oczekiwań inflacyjnych (wzór (1.1.6)):

$$\dot{\pi}^e = \beta_{\pi^e} \left(\alpha \hat{p} + (1 - \alpha) \pi^o - \pi^e \right),$$

gdzie $\hat{p}$ zostało zdefiniowane równaniem (1.2.4).

Piąte równanie modelu intensywnego opisuje dynamikę oczekiwanego popytu na jednostkę kapitału rzeczowego: $y^e = Y^e/K$. Z definicji tej zmiennej mamy:

$$\hat{y}^e = \hat{Y}^e - \hat{K}.$$

Podstawiając do tego wzoru kolejno $\hat{K} = n - \hat{l}$, $\hat{Y}^e = \hat{\omega} + \beta_{y^e} \frac{Y^d - Y^e}{Y^e}$, dostajemy piąte równanie modelu intensywnego:

$$\hat{y}^e = y^e \left(\hat{U} + n + \beta_{y^e} \left(\frac{y^d}{y^e} - 1 \right) - n + \hat{l} \right).$$

Szóste równanie opisuje przyrost zapasów na jednostkę kapitału rzeczowego: $v = N/K$. Żeby wyprowadzić równanie dynamiki zmiennej v , zaczynamy od równania:

$$\dot{v} = \frac{\dot{N}K - N\dot{K}}{K^2} = \frac{\dot{N}}{K} - \frac{N}{K} \cdot \frac{\dot{K}}{K} = \frac{\dot{N}}{K} - v\hat{K}.$$

Zgodnie z tym, że $\dot{N} = Y - Y^d$, wykorzystując zależności $\hat{K} = n - \hat{l}$, $y = \frac{Y}{K}$ oraz $y^d = \frac{Y^d}{K}$, otrzymujemy szóste równanie modelu intensywnego:

$$\dot{v} = y - y^d - v(n - \hat{l}).$$

Ostatnim, siódmym równaniem modelu w postaci intensywnej jest równanie opisujące realną podaż obligacji na jednostkę kapitału rzeczowego: $b = B/pK$. Definicja zmiennej b implikuje:

$$\dot{b} = \frac{\dot{B}Kp - B(\dot{K}p)}{(Kp)^2} = \frac{\dot{B}}{Kp} - \frac{B}{Kp}(\hat{K} + \hat{p}) = \frac{\dot{B}}{Kp} - b(\hat{K} + \hat{p}).$$

Zgodnie ze wzorami (1.1.13) i (1.1.11), $\dot{B} = pG + rB - pT - \dot{M}$ oraz $G = gK$, zatem mamy:

$$\dot{b} = g + rb - \frac{T}{K} - \frac{\dot{M}}{Kp} - b(\hat{K} + \hat{p}).$$

Podstawiając do tego wzoru $\hat{K} = n - \hat{l}$, $T = \tau_w \omega L^d + \tau_c \left(\rho K + \frac{rB}{p} \right)$ oraz stopę wzrostu cen (1.2.4), otrzymujemy ostatnie, siódme równanie modelu:

$$\begin{aligned} \dot{b} = g + rb - \tau_c (y^d - Uy - \delta + rb) - \tau_w Uy - \mu m + \\ - b \left(n - \hat{l} + \kappa \left(\beta_p (u - u^o) + \kappa_p \beta_w (V - V^o) \right) + \pi^e \right), \end{aligned}$$

gdzie $m = M/pK$.

Z siedmiu wyprowadzonych powyżej równań otrzymujemy następujący układ nieliniowych równań różniczkowych, które opisują dynamikę proporcji między zmiennymi modelu KMG:

$$\dot{U} = U \kappa \left(\beta_w (1 - \kappa_p)(V - V^o) - \beta_p (1 - \kappa_w)(u - u^o) \right), \quad (1.2.7)$$

$$\begin{aligned} \dot{i} = l \left(n - \left(\hat{U} + n + \beta_{y^e} \left(\frac{y^d}{y^e} - 1 \right) \right) \right) + \\ - l \left(i_1 \left(y^e - Uy - \delta - \xi - \left(\frac{hy^e}{m} - \pi^e \right) \right) - i_2 (u - u^o) \right), \quad (1.2.8) \end{aligned}$$

$$\dot{m} = m(\mu - n - \hat{p} + \hat{l}), \quad (1.2.9)$$

$$\dot{\pi}^e = \beta_{\pi^e} \left(\alpha \hat{p} + (1 - \alpha) \pi^o - \pi^e \right), \quad (1.2.10)$$

$$\dot{y}^e = y^e \left(\hat{U} + \beta_{y^e} \left(\frac{y^d}{y^e} - 1 \right) + \hat{l} \right), \quad (1.2.11)$$

Na drugim etapie wielomian charakterystyczny macierzy Jacobiego J_7 redukujemy do wielomianu drugiego stopnia W_2^{000} poprzez wyzerowanie parametrów reakcji. Zerowanie parametrów odbywa się w trzech krokach: najpierw zerujemy wektor parametrów $\beta = (\beta_n, \beta_z, \alpha)$, następnie parametr β_w , a na końcu parametr β_p . Na kolejnym etapie wykazujemy, że otrzymany wielomian drugiego stopnia W_2^{000} ma pierwiastki o ujemnych częściach rzeczywistych. Na ostatnim czwartym etapie, na podstawie wyniku trzeciego etapu, poprzez stopniowe przywracanie dodatnich wartości wcześniej wyzerowanych parametrów, wykazujemy, że wyjściowa macierz Jacobiego J_7 ma pierwiastki o ujemnych częściach rzeczywistych.

Macierz Jacobiego modelu (3.1.1)–(3.1.9) w stanie stacjonarnym w ogólnym ujęciu ma postać:

$$J_7 = \begin{pmatrix} F_{1U} & F_{1l} & F_{1m} & F_{1\pi^e} & F_{1y^e} & F_{1v} & F_{1b} \\ F_{2U} & F_{2l} & F_{2m} & F_{2\pi^e} & F_{2y^e} & F_{2v} & F_{2b} \\ F_{3U} & F_{3l} & F_{3m} & F_{3\pi^e} & F_{3y^e} & F_{3v} & F_{3b} \\ F_{4U} & F_{4l} & F_{4m} & F_{4\pi^e} & F_{4y^e} & F_{4v} & F_{4b} \\ F_{5U} & F_{5l} & F_{5m} & F_{5\pi^e} & F_{5y^e} & F_{5v} & F_{5b} \\ F_{6U} & F_{6l} & F_{6m} & F_{6\pi^e} & F_{6y^e} & F_{6v} & F_{6b} \\ F_{7U} & F_{7l} & F_{7m} & F_{7\pi^e} & F_{7y^e} & F_{7v} & F_{7b} \end{pmatrix}. \quad (3.2.1)$$

Elementy macierzy J_7 to pochodne funkcji występujących po prawej stronie równań (3.1.1)–(3.1.7), obliczane w stanie stacjonarnym $\bar{x} = (\bar{U}, \bar{l}, \bar{m}, \bar{\pi}^e, \bar{y}^e, \bar{v}, \bar{b})$.

Wprowadźmy wektor zmiennych modelu:

$$X = (x_1 = U, x_2 = l, x_3 = m, x_4 = \pi^e, x_5 = y^e, x_6 = v, x_7 = b),$$

wówczas

$$F_i = F_i(X) \quad (i = 1, 2, \dots, 7),$$

a elementy macierzy J_7 w ogólnym zapisie mogą być przedstawione następująco:

$$F_{ij} = \left. \frac{\partial F_i(X)}{\partial x_j} \right|_{x=\bar{x}}, \quad (i, j = 1, 2, \dots, 7),$$

gdzie indeks $i = 1, 2, \dots, 7$ odpowiada kolejnym funkcjom (3.1.1)–(3.1.7).

Wartości własne (pierwiastki charakterystyczne) $\lambda_1, \dots, \lambda_7$ macierzy J_7 są pierwiastkami równania charakterystycznego tej macierzy postaci:

$$W_7(\lambda) = \det(J_7 - \lambda I) = 0.$$

3.2.2. Macierz Jacobiego modelu

W dowodzie stabilności stanu stacjonarnego będą nas interesować w pierwszej kolejności wartości pochodnych $F_{ij} = \frac{\partial F_i}{\partial x_j} \Big|_{x=\bar{x}}$ macierzy Jacobiego (3.2.1) z wyzerowanym wektorem trzech parametrów reakcji:

$$\beta = (\beta_n, \beta_z, \alpha) = 0.$$

Macierz takich pochodnych będziemy zapisywać następująco

$$J_7^0 = J_7(\beta = 0).$$

W analogiczny sposób będziemy oznaczać poszczególne elementy macierzy J_7^0 :

$$F_{ij}^0 = \frac{\partial F_i}{\partial x_j} \Big|_{x=\bar{x}} (\beta = 0) \quad (i, j = 1, \dots, 7), \quad (3.2.2)$$

gdzie, podobnie jak wcześniej,

$$x_1 = U, x_2 = l, x_3 = m, x_4 = \pi^e, x_5 = y^e, x_6 = v, x_7 = b, x_7 = b.$$

Ze względu na skomplikowaną postać równań (3.1.1)–(3.1.7) z dodatkowymi równaniami (3.1.10)–(3.1.11) wyznaczenie wszystkich pochodnych F_{ij}^0 polegające zgodnie ze wzorem (3.2.2) na wcześniejszym wyznaczeniu pochodnych F_{ij} , a następnie wyzerowaniu w nich parametrów opisanych wektorem $\beta = (\beta_n, \beta_z, \alpha)$, byłoby bardzo uciążliwe. Jednakże, biorąc pod uwagę złożoną postać funkcji $F_1(\cdot), \dots, F_7(\cdot)$ z układu (3.1.1)–(3.1.9), pochodne F_{ij}^0 możemy otrzymać w prostszy sposób, najpierw zerując parametry β_n, β_z, α w równaniach (3.1.1)–(3.1.9), a dopiero później obliczając pochodne tak zmodyfikowanych funkcji $F_1(\cdot), \dots, F_7(\cdot)$ względem zmiennych x_j .

Uzasadnieniem powyższego postępowania jest niżej przedstawiony lemat 3.1. W celu jego ścisłego sformułowania wprowadźmy zapis:

$$F_i(\cdot) = F_i(X, \beta) \quad (i = 1, \dots, 7),$$

podkreślający, że wartość każdej funkcji $F_i(\cdot)$ zależy od wektora zmiennych

$$X = (x_1 = U, x_2 = l, x_3 = m, x_4 = \pi^e, x_5 = y^e, x_6 = v, x_7 = b)$$

oraz od wektora parametrów $\beta = (\beta_n, \beta_z, \alpha)$.

Symbolem $F_i(X, 0)$ oznaczmy funkcję $F_i(\cdot) = F_i(X, \beta)$ z wyzerowanym wektorem parametrów $\beta = (\beta_n, \beta_z, \alpha)$ (także w równaniach (3.1.10)–(3.1.11), które zostały podstawiane do funkcji $F_i(\cdot) = F_i(X, \beta)$ w miejsce zmiennych y i y^d), a symbolem

$$\left. \frac{\partial F_i(X, 0)}{\partial x_j} \right|_{x=\bar{x}}$$

wartość pochodnej tej funkcji w stanie stacjonarnym $\bar{x} = (\bar{U}, \bar{I}, \bar{m}, \bar{\pi}^e, \bar{y}^e, \bar{v}, \bar{b})$.

$$\textbf{Lemat 3.1. } F_{ij}^0 = \left. \frac{\partial F_i(X, \beta)}{\partial x_j} \right|_{x=\bar{x}} (\beta = 0) = \left. \frac{\partial F_i(X, 0)}{\partial x_j} \right|_{x=\bar{x}}, \quad (i, j = 1, \dots, 7).$$

Dowód. Funkcje $F_i(X, \beta)$ występujące po prawej stronie równań (3.1.1)–(3.1.7) w ogólnym zapisie możemy przedstawić w postaci:

$$F_i(X, \beta) = f_i^1(X, \beta) y + f_i^2(X, \beta) y^d + f_i^3(X, \beta), \quad (3.2.3)$$

gdzie

$$f_i^k(X, \beta) \quad \text{dla} \quad k = 1, 2, 3; i = 1, 2, \dots, 7$$

są funkcjami, które liniowo zależą od elementów wektora $\beta = (\beta_n, \beta_z, \alpha)$,

$$y = y(X, \beta) \quad \text{i} \quad y^d = y^d(X, \beta)$$

są funkcjami (3.1.10)–(3.1.11).

Funkcje $f_i^k(X, \beta)$ można przedstawić jako sumę dwóch funkcji:

$$f_i^k(X, \beta) = f_i^{k1}(X, \beta) + f_i^{k2}(X),$$

gdzie $f_i^{k1}(X, \beta)$ zależy liniowo od elementów wektora $\beta = (\beta_n, \beta_z, \alpha)$, a $f_i^{k2}(X)$ w ogóle nie zależy od β . Jeżeli $\beta = 0$, to $f_i^{k1}(X, \beta) = f_i^{k1}(X, 0) = 0$ i w konsekwencji:

$$\left. \frac{\partial f_i^k(X, 0)}{\partial x_j} \right|_{x=\bar{x}} = \left. \frac{\partial f_i^{k2}(X)}{\partial x_j} \right|_{x=\bar{x}}. \quad (3.2.4)$$

Z tego, że $f_i^{k1}(X, \beta)$ zależy liniowo od elementów wektora $\beta = (\beta_n, \beta_z, \alpha)$, wynika, że jeżeli najpierw obliczymy pochodną $\left. \frac{\partial f_i^k(X, \beta)}{\partial x_j} \right|_{x=\bar{x}}$ dla $\beta > 0$, a następnie wyzerujemy wektor β , to otrzymamy pochodną równą pochodnej wyrażonej wzorem (3.2.4). Tożsamość tę przedstawia równanie

$$\left. \frac{\partial f_i^k(X, \beta)}{\partial x_j} \right|_{x=\bar{x}} (\beta=0) = \left. \frac{\partial f_i^k(X, 0)}{\partial x_j} \right|_{x=\bar{x}} = \left. \frac{\partial f_i^{k2}(X)}{\partial x_j} \right|_{x=\bar{x}} \quad (3.2.5)$$

Funkcje $y = y(X, \beta)$ i $y^d = y^d(X, \beta)$, wobec (3.1.8) i (3.1.9) możemy przedstawić w postaci:

$$y(X, \beta) = \frac{g_1(X, \beta) + g_2(X)}{h_1(X, \beta) + h_2(X)}, \quad (3.2.6)$$

$$y^d(X, \beta) = \frac{k_1(X, \beta) + k_2(X)}{h_1(X, \beta) + h_2(X)}, \quad (3.2.7)$$

gdzie $g_2(X)$, $k_2(X)$, $h_2(X)$ są funkcjami wektora X , których wartość nie zależy od wektora parametrów $\beta = (\beta_n, \beta_z, \alpha)$. Funkcja $h_1(X, \beta)$ jest funkcją liniową względem parametrów β_n, β_z, α , natomiast funkcje $g_1(X, \beta)$ i $k_1(X, \beta)$ są wielomianami stopnia drugiego względem powyższych parametrów. W rezultacie funkcje $y = y(X, \beta)$ i $y^d = y^d(X, \beta)$ są funkcjami wymiernymi względem parametrów β_n, β_z, α . Funkcje (3.2.6)–(3.2.7) są określone dla $\beta = 0$ i przyjmują postać:

$$y(X, 0) = \frac{g_2(X)}{h_2(X)}, \quad y^d(X, 0) = \frac{k_2(X)}{h_2(X)}.$$

Określone są także ich pochodne cząstkowe w stanie stacjonarnym:

$$\left. \frac{\partial y(X, 0)}{\partial x_j} \right|_{x=\bar{x}} \quad \text{i} \quad \left. \frac{\partial y^d(X, 0)}{\partial x_j} \right|_{x=\bar{x}}. \quad (3.2.8)$$

Co więcej, z przedstawionych powyżej własności funkcji $g_1(X, \beta)$, $k_1(X, \beta)$ i $h_1(X, \beta)$

wynika, że jeżeli najpierw obliczymy pochodne $\left. \frac{\partial y(X, \beta)}{\partial x_j} \right|_{x=\bar{x}}$ i $\left. \frac{\partial y^d(X, \beta)}{\partial x_j} \right|_{x=\bar{x}}$ dla

$\beta > 0$, a następnie wyzerujemy wektor β , to otrzymamy pochodne określone we wzorze (3.2.8). Zatem:

$$\left. \frac{\partial y(X, \beta)}{\partial x_j} \right|_{x=\bar{x}} (\beta=0) = \left. \frac{\partial y(X, 0)}{\partial x_j} \right|_{x=\bar{x}}, \quad (3.2.9)$$

$$\left. \frac{\partial y^d(X, \beta)}{\partial x_j} \right|_{x=\bar{x}} (\beta=0) = \left. \frac{\partial y^d(X, 0)}{\partial x_j} \right|_{x=\bar{x}}. \quad (3.2.10)$$

Ze wzorów (3.2.3), (3.2.5) oraz (3.2.9)–(3.2.10) dostajemy ostatecznie, że

$$F_{ij}^0 = \left. \frac{\partial F_i(X, \beta)}{\partial x_j} \right|_{x=\bar{x}} (\beta=0) = \left. \frac{\partial F_i(X, 0)}{\partial x_j} \right|_{x=\bar{x}}, \quad (i, j = 1, \dots, 7).$$

■

Korzystając z **lematu 3.1**, wyznaczmy poniżej pochodne cząstkowe

$$F_{ij}^0 = \left. \frac{\partial F_i}{\partial x_j} \right|_{x=\bar{x}} (\beta=0)$$

w stanie stacjonarnym przy wyzerowanym wektorze parametrów reakcji $\beta = (\beta_n, \beta_z, \alpha) = 0$, tworzące macierz Jacobiego J_7^0 .

Rozpocniemy od przypomnienia, że funkcje $F_i(\cdot) = F_i(X, \beta)$, $(i, j = 1, \dots, 7)$, gdzie

$$X = (x_1 = U, x_2 = l, x_3 = m, x_4 = \pi^e, x_5 = y^e, x_6 = v, x_7 = b),$$

występujące po prawej stronie równań (3.1.1)–(3.1.7), są funkcjami złożonymi, w których funkcjami wewnętrznymi są funkcje $y = y(X, \beta)$ i $y^d = y^d(X, \beta)$, opisane równaniami (3.1.10)–(3.1.11).

Do wyznaczenia pochodnych F_{ij}^0 konieczne jest zatem wcześniejsze wyznaczenie pochodnych funkcji $y = y(X, \beta)$ i $y^d = y^d(X, \beta)$ i wyzerowanie w nich wektora parametrów $\beta = (\beta_n, \beta_z, \alpha)$. Tak otrzymane pochodne w układzie (3.2.9)–(3.2.10) oznaczyliśmy symbolami

$$\left. \frac{\partial y(X, \beta)}{\partial x_j} \right|_{x=\bar{x}} (\beta=0) \quad \text{ i } \quad \left. \frac{\partial y^d(X, \beta)}{\partial x_j} \right|_{x=\bar{x}} (\beta=0).$$

W dalszej części dowodu stabilności dla wygody używać będziemy prostszego zapisu tych pochodnych, przyjmując, że

$$\left. \frac{\partial y(X, \beta)}{\partial x_j} \right|_{x=\bar{x}} (\beta=0) = \left. \frac{\partial y^0}{\partial x_j} \right|_{x=\bar{x}} \quad \text{ i } \quad \left. \frac{\partial y^d(X, \beta)}{\partial x_j} \right|_{x=\bar{x}} (\beta=0) = \left. \frac{\partial y^{d0}}{\partial x_j} \right|_{x=\bar{x}}.$$

Zgodnie ze wzorami (3.2.9)–(3.2.10) pochodne te są tożsame z analogicznymi pochodnymi funkcji $y = y(X, \beta)$ i $y^d = y^d(X, \beta)$, w których wektor $\beta = (\beta_n, \beta_z, \alpha)$ zostaje wyzerowany przed wyznaczeniem pochodnych. Zatem

Stawkę podatkową od wynagrodzeń z pracy τ_w i stawkę składki na ubezpieczenie społeczne τ_2 obliczymy, wykorzystując równania (4.1.10) i (4.1.11):

$$T_{w2} = \tau_w \omega L^d + \tau_2 \omega L^d = \tau' \omega L^d,$$

gdzie $\tau' = \tau_w + \tau_2$. Według danych GUS wartość podatku od wynagrodzeń z pracy w 2018 roku wyniosła około 11% procent PKB (z tego stawka PIT 5% PKB oraz stawka składki na ubezpieczenie społeczne płacona przez pracowników 6% PKB), co możemy zapisać jako:

$$\frac{T_{w2}(0)}{Y(0)} = 11\%, \quad (4.1.39)$$

Po podstawieniu zależności (4.1.11) do wzoru (4.1.39) otrzymujemy:

$$\frac{\tau' \omega(0) L^d(0)}{Y(0)} = 11\%,$$

a po przekształceniach mamy:

$$\tau' = \tau_w + \tau_2 = 11\% \cdot \frac{Y(0)}{\omega(0) L^d(0)} = \frac{11\%}{U(0)} = 22,7\%, \quad (4.1.40)$$

gdzie $U(0) = 0,48$ (udział płac w PKB). W ten sam sposób możemy wyznaczyć stawki τ_w i τ_2 :

$$\tau_2 = 12,3\%, \quad \tau_w = 10,4\%.$$

W kolejnym kroku wyznaczymy współczynnik α_1 , który oznacza stałą w czasie stosunek transferów publicznych do płac realnych. Obliczymy go, podstawiając do równania (4.1.5) dane z tabeli 4.1: $C(0)$, $L^d(0)$, wyznaczoną wartość $\omega(0)$ (zob. wzór (4.1.38)) oraz obliczoną stawkę τ (wzór (4.1.40)):

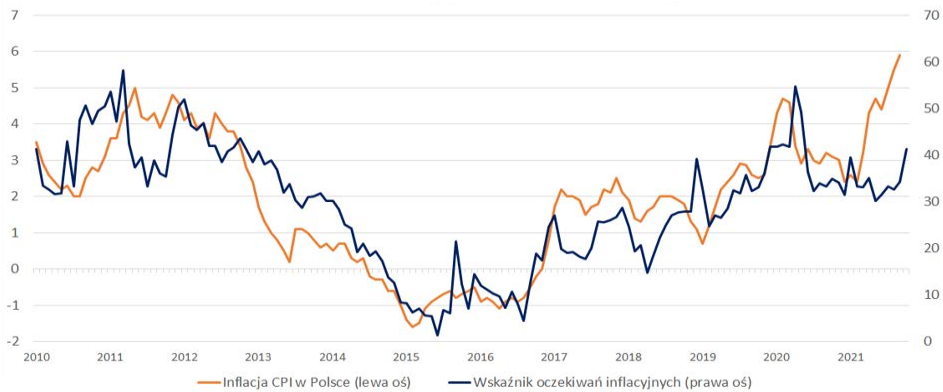
$$\alpha_1 = \frac{C(0)}{\omega(0) L^d(0)} + \tau - 1 = 0,42.$$

Według danych GUS (rysunek 4.1) stopa inflacji (CPI, wskaźnika cen i usług konsumpcyjnych) w 2018 roku wyniosła:

$$\pi(0) = 1,6\%.$$

Z kolei oczekiwana stopa inflacji, według tego samego źródła, w 2018 roku wahała się w przedziale od 0 do 1,5%. W symulacjach przyjmujemy, że oczekiwania inflacyjne w roku początkowym wynoszą:

$$\pi^e(0) = 0\%.$$



Rysunek 4.1. Oczekiwania inflacyjne Polaków na tle inflacji w latach 2010–2022

Źródło: Bankier.pl na podstawie danych GUS.

Narodowy Bank Polski podaje (NBP, b.r.b), że wartość stopy procentowej w tym samym roku była równa około:

$$r = 2\%.$$

W omawianym modelu KMG z egzogeniczną podażą pieniądza stopa procentowa r jest zmienną wynikową zależną od podaży pieniądza M , oczekiwanego popytu Y^e i aktualnych cen p :

$$r \equiv r(M, Y^e, p) = h \frac{pY^e}{M},$$

gdzie $h > 0$ to parametr reakcji, którego wartość jest stała w czasie.

Wartość stopy procentowej r jest ustalana przez bank centralny. Z tego powodu wartość tę w symulacjach modelu KMG z egzogeniczną podażą pieniądza interpretujemy jako wskaźnik rentowności obligacji. Dlatego jego wartość w stanie początkowym obliczymy, dzieląc odsetki z posiadanych obligacji w 2018 roku (koszt obsługi długu publicznego): $rB = 29,5$ mld zł, przez całkowity dług w 2018 roku: $B(0) = 1035$ mld zł (tabela 4.1). Obliczony w ten sposób wskaźnik jest równy około:

$$r(0) = 3\%.$$

W tabeli 4.2 przedstawiono wartości omawianych parametrów dla polskiej gospodarki w 2018 roku.

Tabela 4.2. Podsumowanie wartości parametrów dla polskiej gospodarki w 2018 roku

Parametr			Źródło danych i metoda kalibracji
Nazwa	Symbol	Wartość	
Stosunek produkcji potencjalnej do kapitału trwałego	y^p	0,65	na podstawie równania modelu: $y^p = y(0)/u(0)$, gdzie $y(0) = Y(0)/K(0)$ – dane GUS, $u(0) = 0,81$ – dane: Trading Economics (b.r.)
Naturalna wartość wykorzystania zdolności produkcyjnych	$\bar{u}$	0,85	Turovsky (2022)
Naturalna stopa zatrudnienia	$\bar{V}$	0,95	w badaniach empirycznych naturalną stopę bezrobocia (NAIRU) szacuje się na poziomie 5% (Konopczyński, 2015; Staiger i in., 1997)
Stopa wzrostu wydajności pracy	n	0,03	według danych Eurostatu stopa wzrostu wydajności pracy w 2018 roku była równa 3%
Stopa wzrostu podaży pieniądza	μ	0,05	NBP
Konsumpcja publiczna na jednostkę kapitału	g	0,09	na podstawie wzoru $G(0) = gK(0)$ oraz danych o $G(0)$ i $K(0)$ z tabeli 4.1
Współczynnik deprecjacji kapitału	δ	0,06	Bank Światowy
Stawka podatkowa od wynagrodzeń za pracę	τ_w	10,4%	obliczenia własne
Stawka podatkowa od zysku z kapitału i odsetek z obligacji	τ_c	9,4%	obliczenia własne
Stawka składki na ubezpieczenie społeczne płacona przez pracodawców	τ_1	7%	obliczenia własne
Stawka składki na ubezpieczenie społeczne płacona przez pracowników	τ_2	12,3%	obliczenia własne
Stosunek podatków pośrednich do popytu całkowitego	τ_p	15%	obliczenia własne
Stosunek transferów publicznych do realnych płac brutto	α_1	0,42	obliczenia własne

4.1.4. Kalibracja parametrów reakcji za pomocą programu Solver

W podrozdziale tym zostaną wyznaczone parametry reakcji: $\beta_n, \beta_{N^d}, \beta_Z, \beta_w, \beta_p, \beta_{y^e}, \kappa_p, \kappa_w, i_1, i_2, h$. Na podstawie równań modelu oraz danych statystycznych w łatwy sposób można jedynie wyznaczyć parametry β_{N^d} oraz h . Uzyskanie pozostałych parametrów reakcji za pomocą równań modelu oraz dostępnych danych statystycznych jest zadaniem trudnym, wymagającym zaawansowanych metod ekonometrycznych⁴². W niniejszej monografii kalibracja tych parametrów została ograniczona do prostej metody polegającej na rozwiązaniu układu dwóch równań (4.1.21)–(4.1.22), w którym niewiadomymi są parametry: $\beta_n, \beta_{N^d}, \beta_Z, \beta_w, \beta_p, \beta_{y^e}, \kappa_p, \kappa_w, i_1, i_2$, a pozostałe wielkości są obliczone z wykorzystaniem danych statystycznych. Wadą tej metody jest nieskończona liczba rozwiązań układu równań (4.1.21)–(4.1.22) wynikająca z większej liczby niewiadomych niż równań. Drugą wadą tej metody jest problem wyboru do dalszych badań przykładowego zestawu parametrów, będącego rozwiązaniem układu równań (4.1.21)–(4.1.22). Mimo tych wad metoda ta jest wystarczająca do zbadania najważniejszych własności modelu potrzebnych do odpowiedzi na pytania postawione w niniejszej monografii.

Kalibrację parametrów reakcji zaczynamy od wyznaczenia, korzystając z danych statystycznych (tabela 4.1) oraz równań omawianego modelu, parametrów β_{N^d} oraz h :

$$\beta_{N^d} = \frac{N(0)}{Y^e(0)} = 0,17, \quad h = \frac{r(0)M(0)}{p(0)Y^e(0)} = 0,02.$$

W dalszej kolejności rozwiązujemy układ równań (4.1.21)–(4.1.22).

Wartości zmiennych y i y^d ustalono na podstawie równań modelu i danych statystycznych:

$$y = \frac{Y(0)}{K(0)} = 0,53, \quad y^d = \frac{Y^d(0)}{K(0)} = 0,52.$$

Z kolei za wartości parametrów: $\alpha_1, \alpha_2, y^p, \bar{u}, n, \mu, g, \delta, \bar{V}, \tau_w, \tau_c, \xi$, przyjęliśmy wielkości zaprezentowane wraz ze sposobem ich oszacowania w tabeli 4.2. Układ równań (4.1.21)–(4.1.22) ma więcej niewiadomych niż równań, co może oznaczać, że ma nieskończenie wiele rozwiązań. Żeby wyznaczyć przykładowe rozwiązanie tego układu, w którym za niewiadome przyjmujemy parametry reakcji: $\kappa_w, \kappa_p, \beta_n, \beta_Z, \beta_{y^e}, \beta_p, i_1, i_2$, korzystamy z dodatku programu MS Excel – Solver. Po wprowadze-

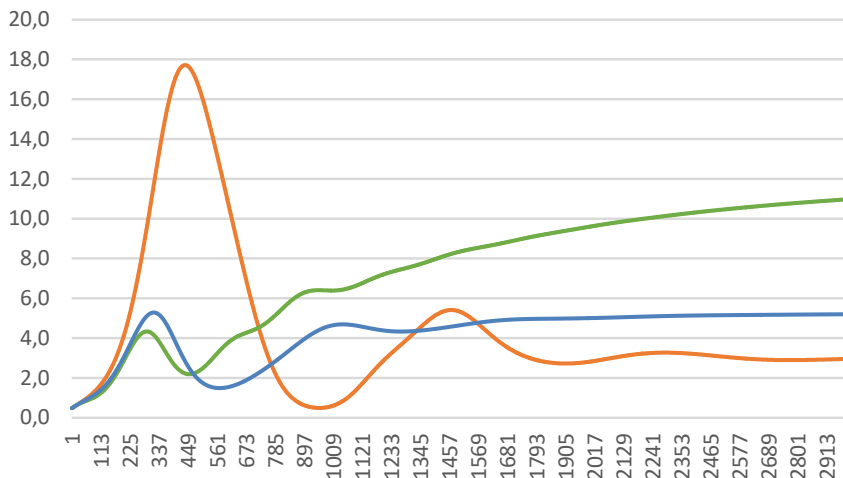
⁴² Innym sposobem kalibracji parametrów reakcji jest wykorzystanie narzędzi ekonometrycznych zaprezentowane w pracy Charpe'a i in. (2011). Autorzy do estymacji parametrów wykorzystali metodę zmiennych instrumentalnych (*two-stage least squares*, 2SLS).

Tabela 4.3. Wartości parametrów reakcji obliczone za pomocą MS Excel – Solver

Parametr		Wartość				
		Zestaw 1	Zestaw 2	Zestaw 3	Zestaw 4	Zestaw 5
κ_w	waga wpływu aktualnej inflacji i oczekiwanej inflacji na stopę wzrostu płac nominalnych	0,30				
κ_p	waga wpływu nadwyżki stopy wzrostu płac nominalnych ponad stopę wzrostu wydajności pracy i oczekiwanej inflacji na inflację cen	0,80				
β_n	reakcja produkcji na różnicę między popytem na zapasy a podażą zapasów	0,10	0,10	0,20	0,10	0,10
β_z	reakcja wielkości produkcji na przyrost oczekiwanego popytu	0,40	0,40	0,57	0,40	0,40
β_{π^e}	reakcja oczekiwań inflacyjnych na błąd dotyczący oczekiwań inflacyjnych	0,10	0,20	0,05	0,20	0,20
β_p	reakcja cen na lukę produkcyjną	0,60	0,60	0,20	0,36	0,36
β_w	reakcja nominalnych płac na zmiany zachodzące na rynku pracy	0,40	0,60	0,60	0,70	0,70
β_{y^e}	reakcja stopy wzrostu oczekiwanego popytu na względny błąd oczekiwań dotyczących wielkości łącznego popytu	0,04	0,03	0,03	0,10	0,14
i_1	reakcja popytu inwestycyjnego na różnicę między stopą zysku z kapitału a realną stopą procentową	2,00	2,10	2,50	2,10	2,10
i_2	reakcja popytu inwestycyjnego na lukę produkcyjną	0,10	0,20	0,30	0,20	0,20
α	waga wpływu aktualnej inflacji i oczekiwanej inflacji na przyrost oczekiwań inflacyjnych	0,10				
Stan stacjonarny		lokalnie asymptotycznie stabilny			marginalnie stabilny*	niestabilny

* Układ jest marginalnie stabilny, jeśli nie jest ani asymptotycznie stabilny, ani niestabilny. Stan marginalnie stabilny odnosi się do sytuacji, w której układ utrzymuje się wokół stanu stacjonarnego, ale nie dąży asymptotycznie do tego stanu.

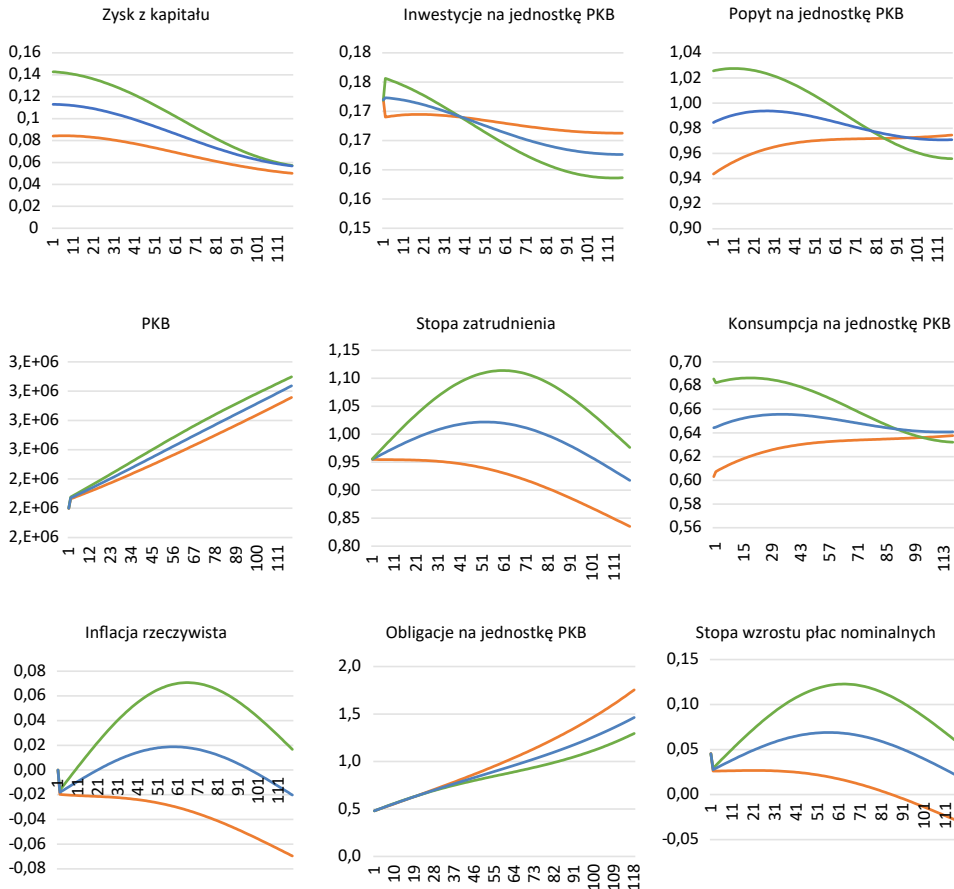
Źródło: obliczenia własne.



Rysunek 4.14. Dynamika długu sektora finansów publicznych na jednostkę PKB dla różnych stawek podatku pośredniego τ_p . Wykresy przedstawiają trajektorie zmiennej: zielony dla $\tau_p = 0,17$, pomarańczowy dla $\tau_p = 0,13$, niebieski dla $\tau_p = 0,15$ (zestaw 1 – bazowy)

Źródło: obliczenia własne.

Obniżenie podatku pośredniego pozwala uzyskać wyższą stopę zysku z kapitału rzeczowego, a to z kolei pociąga za sobą większy popyt inwestycyjny (rysunek 4.15). Większy popyt oznacza większy poziom produkcji, czego konsekwencją jest wyższy wskaźnik wykorzystania mocy produkcyjnej oraz wyższa stopa zatrudnienia. Te dwa czynniki wpływają na podniesienie poziomu cen i płac nominalnych. Wyższe poziomy płac i zatrudnienia oznaczają większy poziom konsumpcji prywatnej. Stopa wzrostu produkcji utrzymuje się w badanym okresie na stałym poziomie. Ze względu na większe płace nominalne większa jest stopa zysku z kapitału trwałego, a w konsekwencji mniejsze popyt inwestycyjny oraz stopa wzrostu produkcji. Po około sześciu latach zatrudnienie zaczyna maleć w wyniku zwiększenia wydajności pracy oraz zmniejszenia stopy wzrostu produkcji. Ważnym wynikiem jest także mniejszy dług sektora finansów publicznych w stosunku do PKB, co przede wszystkim wynika ze wzrostu produkcji. Dodatkowo na podstawie wyników symulacji przedstawionych za pomocą wykresów można wywnioskować, że zmniejszanie stawki podatku pośredniego powoduje szybszy wzrost produkcji w porównaniu z innymi wielkościami, tj. z konsumpcją prywatną oraz z inwestycjami prywatnymi, co ilustrują zmienne C/Y i I/Y , opisujące stosunek konsumpcji do PKB oraz stosunek inwestycji do PKB. Negatywnym skutkiem obniżenia podatku pośredniego jest szybszy wzrost cen.



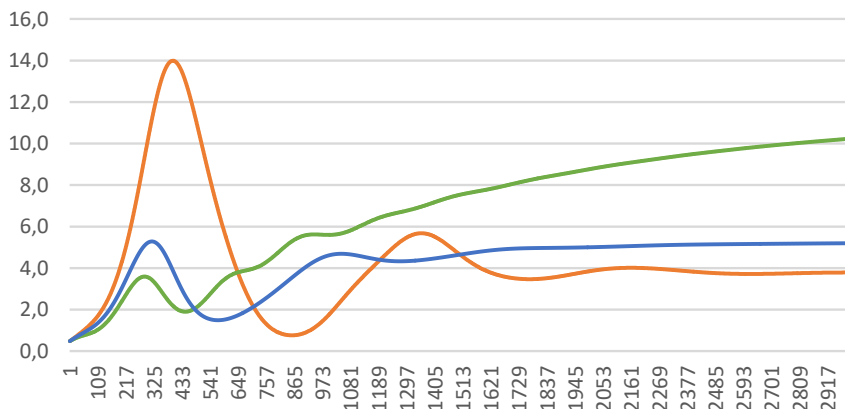
Rysunek 4.15. Dynamika zmiennych modelu KMG dla różnych stawek podatku pośredniego τ_p . Wykresy przedstawiają trajektorie zmiennych: zielone dla $\tau_p = 0,17$, pomarańczowe dla $\tau_p = 0,13$, niebieskie dla $\tau_p = 0,15$ (zestaw 1 – bazowy)

Źródło: obliczenia własne.

Zmiana stawki ubezpieczenia społecznego płaconego przez pracodawców τ_1

Analiza empiryczna wykazała, że stan stacjonarny jest stabilny dla stawki $\tau_1 \in (0,00, 0,11)$. Z wykresów przedstawionych na rysunku 4.16 wynika, że zwiększanie stawki τ_1 powoduje zmniejszenie wartości długu sektora finansów publicznych w stosunku do PKB.

Zmiana stawki τ_1 powoduje takie same reakcje modelu jak zmiana stawki podatku pośredniego (porównaj wykresy na rysunku 4.17 z wykresami na rysunku 4.15). Wynika to z równań modelu, w których podatek pośredni i podatek na ubez-



Rysunek 4.16. Dynamika długu sektora finansów publicznych na jednostkę PKB dla różnych stawek τ_1 ubezpieczenia społecznego płaconego przez pracodawców. Wykresy przedstawiają trajektorie zmiennej: zielony dla $\tau_1 = 0,04$ (spadek o 0,03), pomarańczowy dla $\tau_1 = 0,1$ (wzrost o 0,03), niebieski dla $\tau_1 = 0,07$ (zestaw 1 – bazowy)

Źródło: obliczenia własne.

pieczenia społeczne płacone przez pracodawców jest uwzględniony w oczekiwanych zyskach przedsiębiorstw.

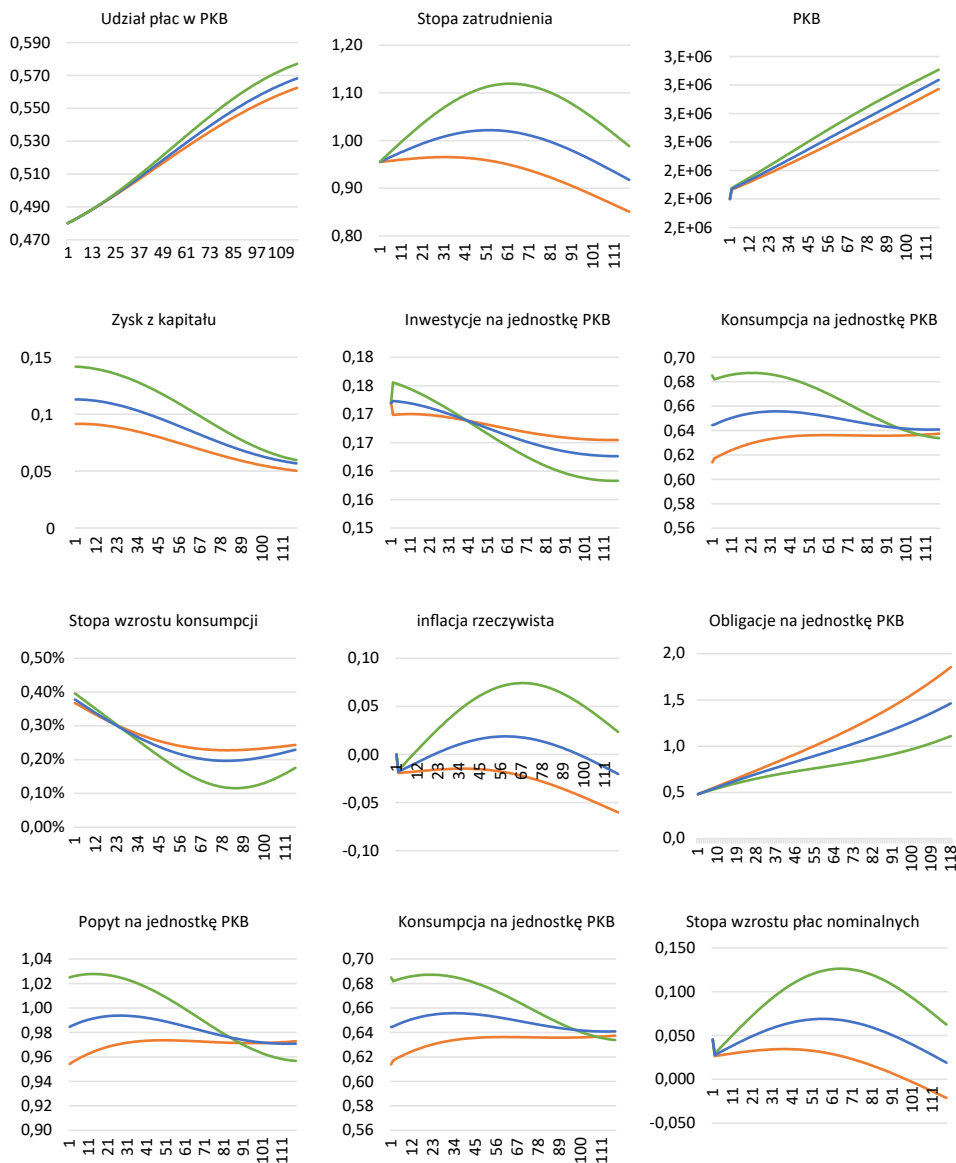
Zmiana wydatków sektora rządowego g

Z przeprowadzonych analiz wynika, że stan stacjonarny jest stabilny dla $g \in (0,075, 0,115)$. Mniejsze wydatki rządu przeznaczone na konsumpcję publiczną oznaczają mniejszy dług sektora finansów publicznych w stosunku do PKB w stanie stacjonarnym (rysunek 4.18).

Przejdźmy teraz do badania wpływu wysokości wydatków publicznych w krótkim okresie na wzrost gospodarczy.

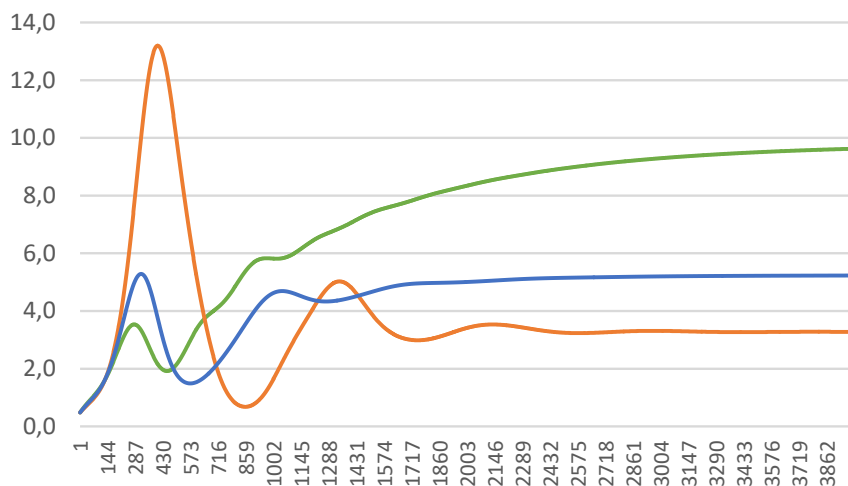
W krótkim okresie wysokość wydatków publicznych wpływa na popyt, a przez to na wielkość produkcji. Większa wielkość produkcji przekłada się na współczynnik wykorzystania mocy produkcyjnej oraz na stopę zatrudnienia, co oznacza wyższe ceny i wynagrodzenia za pracę. Oznacza to też, że wysokość wydatków rządowych na konsumpcję publiczną ma analogiczny wpływ na wzrost gospodarczy jak wysokość stawki podatku od dochodu z pracy najemnej (rysunki 4.17 i 4.19).

Podsumowując, możemy stwierdzić, że z przeprowadzonej analizy polityki fiskalnej wynika, że odpowiednie korzystanie z jej narzędzi może prowadzić do szybszego wzrostu gospodarczego jedynie w krótkim okresie. Z drugiej strony nieodpowiednia polityka fiskalna skutkuje większym zadłużeniem gospodarki zarówno w krótkim, jak i w długim okresie. Kolejnym krokiem badania polityki fiskalnej może być analiza zmian kilku stawek podatkowych jednocześnie oraz porównanie wyników dotyczących różnych scenariuszy prowadzenia polityki fi-



Rysunek 4.17. Dynamika zmiennych modelu KMG z egzogeniczną podażą pieniądza dla różnych stawek τ_1 ubezpieczenia społecznego płaconego przez pracodawców. Wykresy przedstawiają trajektorie zmiennych: zielone dla $\tau_1 = 0,04$ (spadek o 0,03), pomarańczowe dla $\tau_1 = 0,1$ (wzrost o 0,03), niebieskie dla $\tau_1 = 0,07$ (zestaw 1 – bazowy)

Źródło: obliczenia własne.



Rysunek 4.18. Dynamika długu sektora finansów publicznych na jednostkę PKB w zależności od poziomu wydatków rządu g . Wykresy przedstawiają trajektorie zmiennej: zielony dla $g = 0,08$ (spadek o 0,01), pomarańczowy dla $g = 0,1$ (wzrost o 0,01), niebieski dla $g = 0,09$ (zestaw 1 – bazowy)

Źródło: obliczenia własne.

skalnej w wypadku gospodarki opisaney innym zestawem parametrów reakcji. Jednakże tę analizę zostawiamy jako przedmiot badań nad modelami typu KMG w kolejnych pracach.

Polityka pieniężna

Zmiana stopy wzrostu podaży pieniądza μ

W omawianym modelu KMG z egzogeniczną podażą pieniądza jedynym narzędziem polityki pieniężnej jest stopa wzrostu podaży pieniądza μ . Z analizy równań zmiennych w stanie stacjonarnym wynika, że polityka pieniężna jest neutralna w długim okresie (parametr μ nie wpływa na zmienne realne w stanie stacjonarnym). Wyjątkiem są zmienne nominalne, tj. stopa inflacji i dług sektora finansów publicznych. Z równania stopy inflacji w stanie stacjonarnym ($\bar{\pi} = \mu - n$), bez obliczania pochodnej, łatwo można wywnioskować, że stopa inflacji rośnie w stanie stacjonarnym wraz ze wzrostem wartości parametru μ .

Bardziej skomplikowane jest określenie reakcji na zmianę polityki pieniężnej (zmianę wartości parametru μ) długu sektora finansów publicznych w stosunku do PKB w stanie stacjonarnym. Żeby to zrobić, wyznaczylismy pochodną tej zmiennej względem parametru μ :