

**WSZYSTKO,
CO TRZEBA WIEDZIEĆ!**

- wygrywaj codziennie
- Piękny umysł a gra
na giełdzie
- w co grają
zwierzęta?

Ken Binmore

TEORIA GIER

Tłumaczenie Iwona Konarzewska

Original English
language edition by

OXFORD
UNIVERSITY PRESS

**> KRÓTKIE
WPROWADZENIE**

TEORIA GIER

> KRÓTKIE
WPROWADZENIE



WYDAWNICTWO
UNIwersytetu
ŁÓDZKIEGO

Ken Binmore

TEORIA GIER

Tłumaczenie Iwona Konarzewska

Original English
language edition by

OXFORD
UNIVERSITY PRESS

> KRÓTKIE
WPROWADZENIE

Łódź 2017

Tytuł oryginału: *Game Theory: A Very Short Introduction*

Rada Naukowa serii *Krótkie Wprowadzenie*

*Jerzy Gajdka, Ewa Gajewska, Krystyna Kujawińska Courtney
Aneta Pawłowska, Piotr Stalmaszczyk*

Redaktorzy inicjujący serii *Krótkie Wprowadzenie*

Urszula Dzieciatkowska, Agnieszka Kałowska

Tłumaczenie

Iwona Konarzewska

Redakcja

Aurelia Hołubowska

Skład i łamanie

Munda – Maciej Torz

Projekt typograficzny serii

Tomasz Przybył

Game Theory: A Very Short Introduction was originally published in English in 2007.

This translation is published by arrangement with Oxford University Press.

Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego is solely responsible for this translation from the original work and Oxford University Press shall have no liability for any errors, omissions or inaccuracies or ambiguities in such translation or for any losses caused by reliance thereon

© Copyright by Ken Binmore 2007

© Copyright for this edition by Uniwersytet Łódzki, Łódź 2017

© Copyright for Polish translation by Iwona Konarzewska, Łódź 2017

Publikacja sfinansowana ze środków Wydawnictwa Uniwersytetu Łódzkiego

Wydane przez Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego

Wydanie I. W.07585.16.0.M

Ark. wyd. 8,0; ark. druk. 13,0

Paperback ISBN Oxford University Press: 978-0-19-921846-2

ISBN 978-83-8088-594-3

e-ISBN 978-83-8088-595-0

Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego

90-131 Łódź, ul. Lindleya 8

www.wydawnictwo.uni.lodz.pl

e-mail: ksiegarnia@uni.lodz.pl

tel. (42) 665 58 63

Dla Petera i Niny

Spis treści

Spis ilustracji	9
1. Nazwa gry	11
2. Los	33
3. Czas	47
4. Konwencje	69
5. Wzajemność	83
6. Informacja	101
7. Aukcje	117
8. Biologia ewolucyjna	133
9. Przetargi i koalicje	157
10. Zagadki i paradoksy	177
Bibliografia i polecane lektury	195
Indeks	201

Spis ilustracji

1. Orzeł-czy-reszka	14
2. Tablice wypłat	15
3. Wypłaty liczbowe	20
4. Gry z mieszanymi motywacjami	21
5. James Dean © 2004 TopFoto	22
6. John Nash © Robert P. Matthews / Princeton University / Getty Images	24
7. Dwie wersje dylematu więźnia	28
8. Toczące się kości © iStockphoto	35
9. Nauka gry w równowagę	39
10. Dwie gry planszowe	50
11. Porwanie	55
12. Miłe porwanie	58
13. Minigra ultimatum	60
14. Ewolucyjne dostosowanie w minigrze ultimatum	61
15. Uproszczony paradoks sieci handlowej	65
16. David Hume © Hulton Archive / Getty Images	73
17. Gra Schellinga <i>solitaire</i>	75
18. Gra polowanie na jelenia (ang. <i>stag hunt</i>)	81
19. Wzajemne iskanie się przez szympansy © Peter Arnold Inc. / Alamy	86
20. Twierdzenie ludowe (ang. <i>folk theorem</i>)	89
21. Zbiory informacyjne w grze orzeł-czy-reszka	102

22. Full	103
© iStockphoto	
23. Strategie maksiminowe w modelu pokera von Neumanna	104
24. Model von Neumanna	106
25. Tablica wypłat dla modelu pokera von Neumanna	106
26. Niekompletna informacja w grze w tchórza	109
27. Sąd Salomona	120
28. Po raz pierwszy, po raz drugi, sprzedano!	124
© Hiu Yin Leung / Fotolia	
29. Dynamika replikatorów w grze jastrzęb-gołąb	
(ang. <i>hawk-dove</i>)	142
30. Dylemat więźnia w przypadku graczy spokrewnionych	148
31. Nietoperz wampir	152
32. Gra jastrzęb-gołąb-mściciel	154
33. Rozwiązanie arbitrażowe Nasha	161
34. Mit jawnej skłonności	182
35. Dwie próby spełnienia postulatów Newcomba	184
36. Trzy damy ze Środkowego Zachodu	187
© Library of Congress, Prints and Photographs Division, FSA-OW1 Collection (reproduction no. LC-USF33-012381-M5 DLC)	
37. Paradoks Monty'ego Halla	192

Wydawca i autor przepraszają za ewentualne błędy lub pominięcia w powyższym spisie. W przypadku ich zgłoszenia, wprowadzą zmiany przy najbliższej okazji.

Rozdział 1

Nazwa gry

Czym zajmuje się teoria gier?

W czasie gdy moja żona była poza domem na sympatycznej jednodniowej konferencji w Toskanii, trzy młode kobiety zaprosiły mnie, abym dzielił z nimi stół w czasie lunchu. Gdy usiadłem, jedna z nich odezwała się zmysłowym głosem: „Naucz nas, jak grać w miłość”. Okazało się jednak, że wszystko, czego oczekiwały, to porada, jak postępować z włoskimi chłopakami. Wciąż myślę, że popełniły błąd, odrzucając moje sugestie dotyczące strategii, jednak miały rację, przyjmując za rzecz oczywistą, że zaloty są jedną z wielu różnych rodzajów gier, w które gramy w realnym życiu.

Kierowcy manewrujący w czasie dużego ruchu grają w grę kierowców. Licytujący na eBayu, polując na okazje cenowe, grają w grę aukcyjną. Firma i związek zawodowy negocjujący wysokość płac na następny rok grają w grę przetargową. Oponenti decydujący o kształcie programu politycznego podczas wyborów grają w grę polityczną. Właściciel sklepu spożywczego podejmujący decyzję o cenie płatków kukurydzianych w danym dniu gra w grę ekonomiczną. Mówiąc krótko: gra pojawia się zawsze, gdy tylko ludzie wchodzą w interakcję.

Antoniusz i Kleopatra rozgrywali grę miłosną na wielką skalę. Bill Gates zdobył ogromny majątek, grając w grę software’u komputerowego. Adolf Hitler i Józef Stalin grali w grę, która spowodowała śmierć znaczącej części populacji świata. Chruszczow i Kennedy w czasie kryzysu kubańskiego rozgrywali grę, która w efekcie mogła zmieść z powierzchni Ziemi nas wszystkich.

Mając tak wiele zastosowań, teoria gier mogłaby być panaceum, jeżeli tylko można byłoby zawsze przewidzieć, w jaki sposób ludzie grają w grach, które składają się na życie społeczne. Jednakże teoria gier nie może rozwiązać wszystkich problemów świata, ponieważ jej zasady działają tylko wówczas, gdy ludzie grają w sposób *racjonalny*. Nie może więc przewidzieć zachowania chorych z miłości nastolatków, jak Romeo i Julia, lub szaleńców, jak Hitler i Stalin. Ludzie jednak nie zawsze zachowują się irracjonalnie i nie traci się czasu, badając, co się dzieje, gdy postępują w sposób przemysłany. Większość z nas przynajmniej stara się wydawać pieniądze w sposób rozsądny i zwykle nie postępuje na tyle niemądrze, aby teoria ekonomii przestała mieć rację bytu.

Nawet gdy ludzie nie przemyśleli wszystkiego z wyprzedzeniem, nie oznacza to, że na pewno postąpią nieracjonalnie. Teoria gier odniosła kilka znaczących sukcesów w wyjaśnianiu zachowania pajaków i ryb, których nawet nie podejrzewa się o myślenie. Takie nierozumne zwierzęta zachowują się, jak gdyby były istotami racjonalnymi, ponieważ konkurenci, zaprogramowani genetycznie, aby zachowywać się nieracjonalnie, wyginęli. Podobnie firmy nie zawsze są zarządzane przez osoby o wielkim intelekcie. Rynek jest jednak zwykle równie bezwzględny jak natura i eliminuje niedostosowanych.

Czy teoria gier działa?

Pomimo teoretycznych sukcesów w praktyce ludzie biznesu zwykle odrzucali teorię gier jako jeden z bardziej nieprzydatnych działów nauk społecznych. Zmienili zdanie niemal z dnia na dzień, kiedy rząd amerykański podjął decyzję o zorganizowaniu aukcji częstotliwości radiowych w telefonii komórkowej.

Ze względu na brak uznanych ekspertów-praktyków porady teoretyków z zakresu teorii gier okazały się kluczowe dla stworzenia projektu reguł gier aukcyjnych, które zostały zastosowane w tym przypadku. W wyniku tego podatnik amerykański zyskał 20 miliardów dolarów – ponad dwukrotnie więcej niż ocze-

kiwano. Jeszcze więcej udało się zyskać w późniejszej licytacji w Wielkiej Brytanii, za którą byłem odpowiedzialny. Na jednej tylko aukcji zarobiliśmy w sumie 35 miliardów dolarów. W konsekwencji magazyn „Newsweek” napisał o mnie, że jestem bezwzględny ekonomistą-pokerzystą, który zniszczył przemysł telekomunikacyjny!

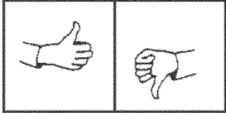
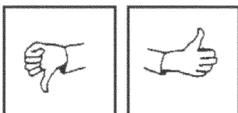
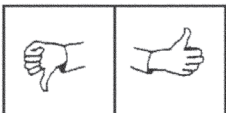
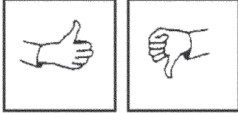
Jak się okazało, przemysł telekomunikacyjny przetrwał. Poza tym czerpanie zysków z licencji, za które przemysł telekomunikacyjny płaci tyle, ile są warte, wcale nie jest bezlitosne. Zwłaszcza gdy pieniądze przeznaczone są na szpitale dla tych, którzy nie mogą sobie pozwolić na prywatną opiekę medyczną. A jeśli chodzi o pokera, to minęło co najmniej 20 lat od czasu, gdy grałem o więcej niż pięć- i dziesięciocentówki. Jedyną rzeczą, co do której „Newsweek” miał rację, jest to, że teoria gier naprawdę działa, gdy jest stosowana przez ludzi, którzy są świadomi tego, co robią. Działa nie tylko w ekonomii, ale również w biologii ewolucyjnej i w naukach politycznych. W mojej książce *Natural Justice*, gdy mówię o etyce, stosując teorię gier, obrażam nawet ortodoksyjnych filozofów moralności.

Proste gry

Każda nowa wielomiliardowa aukcja telekomunikacyjna musi być „przykrojona” na miarę okoliczności, w których ma być przeprowadzona. Nie można po prostu użyć gotowego projektu, jak zdażył się zorientować rząd amerykański, zatrudniając dom aukcyjny Sotheby’s w celu przeprowadzenia aukcji zestawu transponderów satelitarnych. Nikt nie może jednak ująć wszystkich skomplikowanych szczegółów nowego rynku telekomunikacyjnego w modelu matematycznym. Projektowanie aukcji telekomunikacyjnej jest w związku z tym zarówno sztuką, jak i nauką. Dokonuje się ekstrapolacji na podstawie prostego modelu wybranego dla przybliżenia najistotniejszych właściwości problemu.

Chciałbym zrobić to samo w niniejszej książce, która nie zawiera formuł algebraicznych i w której ograniczyłem żargon

techniczny do minimum. Zajmuję się w niej tylko grami, odsuwając na bok wszystkie dodatkowe elementy, które je komplikują w realnym życiu.

		Bob	
		orzeł	reszka
Alice	orzeł		
	reszka		
Strategie Alice		Strategie Boba	

1. Orzeł-czy-reszka. Problem decyzyjny Alice i Boba

Konflikt i kooperacja

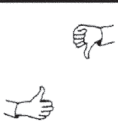
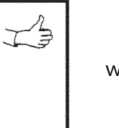
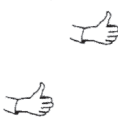
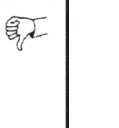
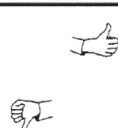
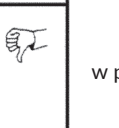
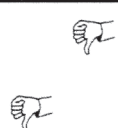
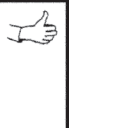
Większość gier w niniejszej książce jest rozgrywana przez zaledwie dwójkę graczy, których nazwiemy Alice i Bob. Pierwsza gra, jaką rozegrają, to orzeł-czy-reszka.

Sherlock Holmes i zły profesor Moriarty, zmierzając do ostatecznej konfrontacji nad wodospadem Reichenbach, grali w orła-czy-reszkę. Holmes musiał zdecydować, na której stacji wysiąść z pociągu. Moriarty musiał podjąć decyzję, na której stacji czekać. Odpowiednikiem tej gry w prawdziwym życiu jest gra pomiędzy nieuczciwymi księgowymi a audytorami. Jeden decyduje, kiedy oszukać, drugi podejmuje decyzję, kiedy sprawdzić księgi rachunkowe.

W naszej, szkolnej wersji gry Alice i Bob pokazują monety. Alice wygrywa, jeżeli obie z nich są odwrócone tą samą stroną do góry. Bob wygrywa, gdy każda z monet jest odwrócona inną stroną do góry. Zarówno Alice, jak i Bob mają dwie strategie: *orzeł* i *reszka*. Na ilustracji 1 przedstawiono, kto wygrywa lub ponosi porażkę w przypadku wszystkich możliwych kombinacji

strategii. Te wyniki to tak zwane *wypłaty* w grze. Ikony: kciuk w górę i kciuk w dół zostały użyte dla podkreślenia, że wypłaty nie muszą być mierzone w jednostkach pieniężnych.

Ilustracja 2 przedstawia, w jaki sposób całość informacji zawartej na ilustracji 1 można przenieść do tablicy wypłat, w której wypłata dla Alice znajduje się w lewym dolnym (południowo-zachodnim) rogu każdej komórki, a dla Boba w prawym górnym (północno-wschodnim) rogu. Pokazuje ona także dwuosobową wersję gry samochodowej, w którą gramy każdego ranka, wsiadając do naszych samochodów, aby dotrzeć do pracy. Alice i Bob mają ponownie dwie strategie, *w prawo* i *w lewo*, ale tym razem wypłaty graczy są jednakowe, inaczej niż w poprzedniej grze, w której były diametralnie różne. Gdy dziennikarze mówią o sytuacji, w której wygrywają wszystkie strony, mają na myśli coś w rodzaju gry samochodowej.

	orzeł	reszka		w lewo	w prawo
orzeł			w lewo		
reszka			w prawo		
	Orzeł-czy-reszka			Gra samochodowa	

2. Tablice wypłat. Alice wybiera wiersz, a Bob wybiera kolumnę

Von Neumann

Pierwszą zdobyczą teorii gier było twierdzenie minimaksowe Johna von Neumanna mające zastosowanie tylko do gier typu orzeł-czy-reszka, w których gracze są nieprzejednanymi wrogami. Można jeszcze przeczytać lekceważące komentarze

na temat teorii gier, w których von Neumann jest przedstawiany karykaturalnie jako archetypowy zimny wojownik – taki jak doktor Strangelove ze znanego filmu¹. Mówi się w nich, że tylko szalony strateg wojskowy mógłby pomyśleć o zastosowaniu teorii gier w prawdziwym życiu, ponieważ jedynie szaleniec lub cyborg mógłby popełnić błąd przy założeniu, że życie jest grą czysto konfliktową.

Von Neumann był wszechstronnym geniuszem. Tworzenie teorii gier było dla niego jedynie dodatkowym zajęciem. Prawdą jest, że w czasie zimnej wojny był jastrzębiem (nie gołębiem), ale daleko było mu do szalonego cyborga – stanowił uosobienie geniusza, który lubił przyjęcia i zabawę. Tak jak ty i ja wołał kooperację od konfliktu, ale rozumiał, że droga do osiągnięcia porozumienia nie polega na udawaniu, że ludzie nie mogą czasem zyskać poprzez stwarzanie kłopotów.

Kooperacja i konflikt są dwiema stronami tego samego medalu i żadne z nich nie może być właściwie zrozumiane bez uwzględnienia drugiego. Rozważanie gry czysto konfliktowej, jak orzeł-czy-reszka, nie polega na utrzymywaniu, że wszystkie ludzkie interakcje są konkurencyjne. Z drugiej strony nikt nie twierdzi, przyglądając się czysto koordynacyjnej grze samochodowej, że wszystkie ludzkie interakcje są kooperacyjne. Wyodrębnia się po prostu dwa przeciwstawne aspekty zachowań ludzkich, aby móc badać je osobno.

Ujawnione preferencje

Stawiając jednocześnie czoła kooperacji i konfliktowi, musimy lepiej opisać motywacje graczy, niż mówiąc po prostu, że lubią wygrywać albo nie lubią przegrywać. W tym celu ekonomiści stworzyli ideę *użyteczności*. Pozwala ona każdemu graczowi przydzielić wartość liczbową dla każdego możliwego wyniku gry.

¹ *Dr Strangelove lub jak przestałem się martwić i pokochałem bombę*, 1964, reż. Stanley Kubrick [przyp. tłum.].

W biznesie końcowym wynikiem jest zwykle zysk, ale ekonomiści wiedzą, że ludzie mają często bardziej złożone cele od prostego zarabiania tylu pieniędzy, ile potrafią. Nie możemy zatem identyfikować użyteczności z pieniędzmi. Naiwnym substytutem jest zadowolenie z pieniędzy. Ale co to jest zadowolenie? Jak je mierzyć?

Tak się niefortunnie składa, że słowo „użyteczność” (ang. *utility*) historycznie wiąże się z wiktoriańskimi utylitarystami, jak Jeremy Bentham i John Stuart Mill. Współcześni ekonomiści nie naśladują ich w identyfikacji użyteczności jako odczuwania wielkości przyjemności czy też bólu. Nowoczesna teoria porzuca próby wyjaśnienia zachowań ludzi za pomocą opisu tego, co dzieje się w ich głowach. Przeciwnie, poczytuje sobie za cnotę nieczynienie żadnych założeń o charakterze psychologicznym².

Nie zamierzamy tłumaczyć, *dla czego* Alice lub Bob zachowują się tak, a nie inaczej. Zamiast teorii objaśniającej, musi nam wystarczyć teoria opisowa, która nie może powiedzieć więcej niż to, że Alice lub Bob będą działać niekonsekwentnie, jeżeli to-czy-tamto zrobili w przeszłości, ale planują postąpić tak-lub-inaczej w przyszłości. W teorii gier obserwuje się decyzje, które Alice i Bob podejmują (lub zamierzają podjąć), jeżeli nie komunikują się ze sobą lub z kimkolwiek innym, ale także rozważa się, jak zachwaliby się, gdyby mogli się porozumieć w trakcie rozgrywania gry.

Nie chcemy dowodzić, że pewne preferencje są bardziej racjonalne od innych. Przyjmujemy pogląd wielkiego filozofa Davida Hume’a, który uznał rozum za „niewolnika nałogów”. Jak ekstrawagancko zauważył, nie ma nic *irracjonalnego* w chęci zniszczenia całego świata, aby się podrapać w palec. Jednakże idziemy dalej tą drogą, uznając rozum za narzędzie pozwalające uniknąć nielogicznego zachowania. Każde logiczne zachowanie będzie traktowane jako racjonalne.

² Uwaga – teorie psychologiczne mocno ingerują obecnie w teorię ekonomii, a nawet finansów. Powstały nurty ekonomii behawioralnej czy finansów behawioralnych, inspirowane teorią perspektywy Kahnemana i Tversky’ego (D. Kahneman, A. Tversky, *Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk*, „Econometrica” 1979, Vol. 47 [2], s. 263–291) oraz dalszymi [przyp. tłum.].

Przy pewnych założeniach działanie konsekwentne może być uznane za tożsame z działaniem mającym na celu maksymalizację jakiejś wartości. Czymkolwiek jest ta abstrakcyjna wartość w konkretnym przypadku, ekonomiści zwą ją użytecznością. Nie musi być związana z pieniędzmi, ale – choć przykro to mówić – zwykle jest.

Podejmowanie ryzyka

Działając konsekwentnie, Alice może nie być świadoma, że postępuje, jakby maksymalizowała coś, co zdecydowaliśmy się nazwać jej użytecznością. Jeżeli jednak chcemy przewidzieć jej zachowanie, musimy mieć możliwość pomiaru jej użyteczności na skali użyteczności, w podobny sposób jak pomiaru temperatury dokonuje się za pomocą termometru. Tak jak jednostki na termometrze nazywa się stopniami, możemy powiedzieć, że *util* jest jednostką na skali użyteczności Alice.

Ortodoksyjna ekonomia przyjmuje, że skale użyteczności kardynalnej są z natury rzeczy bezsensowne. Na szczęście von Neumann nie wiedział o tym, gdy Oskar Morgenstern zjawił się u niego w domu, narzekając, że w książce na temat teorii gier, którą pisali wspólnie, brak im właściwej podstawy dla obliczania wypłat liczbowych. Wobec tego von Neumann natychmiast sformułował koncepcję pomiaru tego, jak bardzo Alice czegoś pragnie, za pomocą rozmiaru ryzyka, jakie jest gotowa podjąć, aby to uzyskać. Następnie możemy wyliczyć, jakiego wyboru dokonałaby Alice w ryzykownych sytuacjach, biorąc pod uwagę opcję, która zapewni jej przeciętnie najwyższą użyteczność.

Teoria von Neumanna przyda się, jeżeli chcemy przypisać wielkość użyteczności wszystkiemu, co Alice chciałaby wycenić. Na przykład, ile *utili* Alice powinna przydzielić randce z Bobem?

Po pierwsze, musimy zdecydować, jaką skalę użyteczności zastosować. W tym celu należy wybrać dwa wyniki, które są odpowiednio lepsze lub gorsze od każdego innego wyniku, na jaki Alice może się natknąć. Te wyniki odpowiadają poziomom

temperatur wrzenia i zamarzania wody, które zostały wybrane do skalibrowania termometru Celsjusza, z tym, że w skali użyteczności 0 utili zostaje przydzielone wynikowi najgorszemu, a 100 utili – najlepszemu. Następnie rozważa się pakiet biletów na loterię, w której jedynymi wypłatami są: wynik najlepszy albo najgorszy.

Kiedy oferujemy Alice bilety na loterię jako alternatywę dla randki z Bobem, ciągle zwiększając prawdopodobieństwo uzyskania najlepszego wyniku, sprawimy, że Alice w pewnym momencie zmieni zdanie z *nie* na *tak*. Jeżeli prawdopodobieństwo najlepszego wyniku w loterii, przy którym nastąpiła zmiana zdania, jest równe 75%, teoria von Neumanna mówi, że randka z Bobem jest dla Alice warta 75 utili. Każdy kolejny punkt procentowy dodany do prawdopodobieństwa indyferencji (prawdopodobieństwa równych preferencji dla obu oferowanych wariantów) odpowiada jednemu dodatkowemu utilowi.

Gdy niektórzy ludzie wykorzystują tę metodę, szacując sumę pieniędzy, zawsze przydzielają taką samą liczbę utili każdemu dodatkowemu dolarowi. Mówimy, że ludzie ci są neutralni względem ryzyka (ang. *risk neutral*). O tych, którzy przydzielają mniej utili każdemu kolejnemu dolarowi, mówimy, że mają awersję wobec ryzyka (ang. *risk averse*).

Ubezpieczenie

Alice rozważa zaakceptowanie oferty Boba w sprawie ubezpieczenia od ognia jej rezydencji w Beverly Hills. Jeżeli odmówi, to tak jakby zagrała w loterii, w wyniku której może posiadać dom i składkę ubezpieczeniową w przypadku, gdy dom nie ulegnie spaleniu, oraz tylko ubezpieczenie w przypadku pożaru. Należy to porównać z wynikiem końcowym, pewnym, jeżeli zaakceptuje ofertę Boba – wartość domu minus składka.

Jeżeli złożenie przez Boba oferty oraz akceptacja jej przez Alice są racjonalne, oznacza to, że on musi myśleć, że loteria jest lepsza niż zerwanie, nawet pewne, a ona musi mieć przeciwne